

Путешествие на круглое озеро

Несколько
геометрических
задач

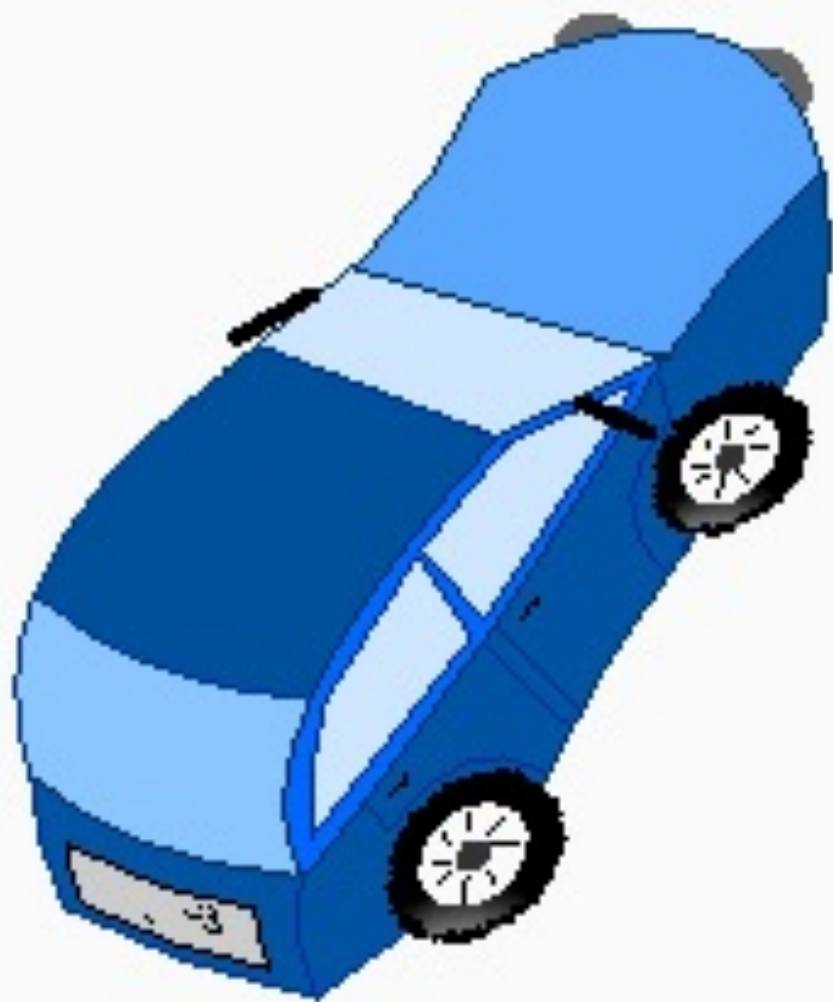
Сергея Маркелова

Gabriele Münter
"The blue lake",
1912



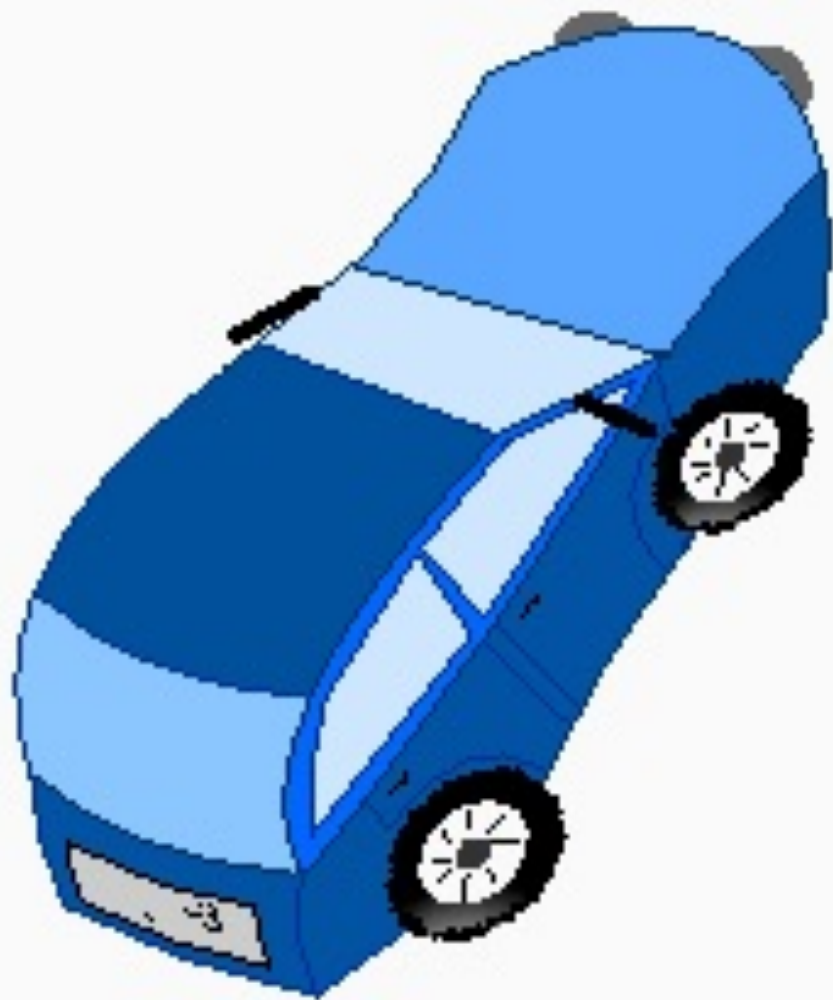
разминка скоростная

С какой стороны расположен руль у этого автомобиля?



разминка скоростная

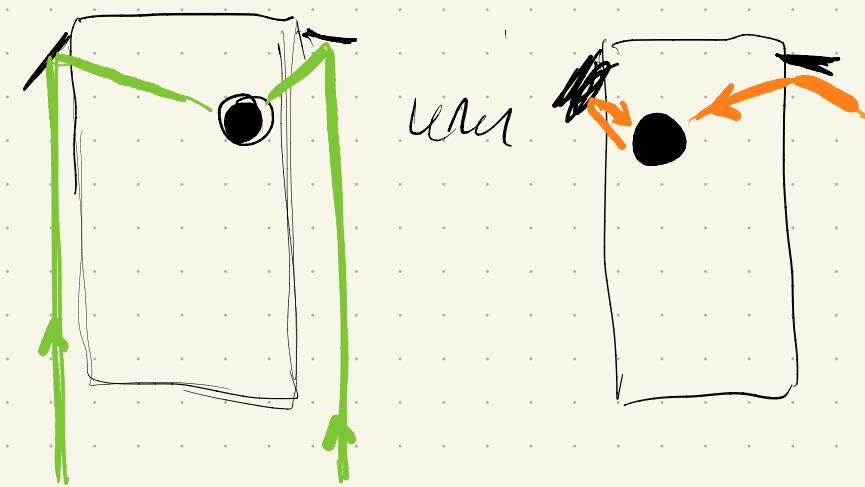
С какой стороны расположен руль у этого автомобиля?



Решение?

Посмотрите на зеркала.

Где должен сидеть водитель, чтобы видеть дорогу?



1 Клад.

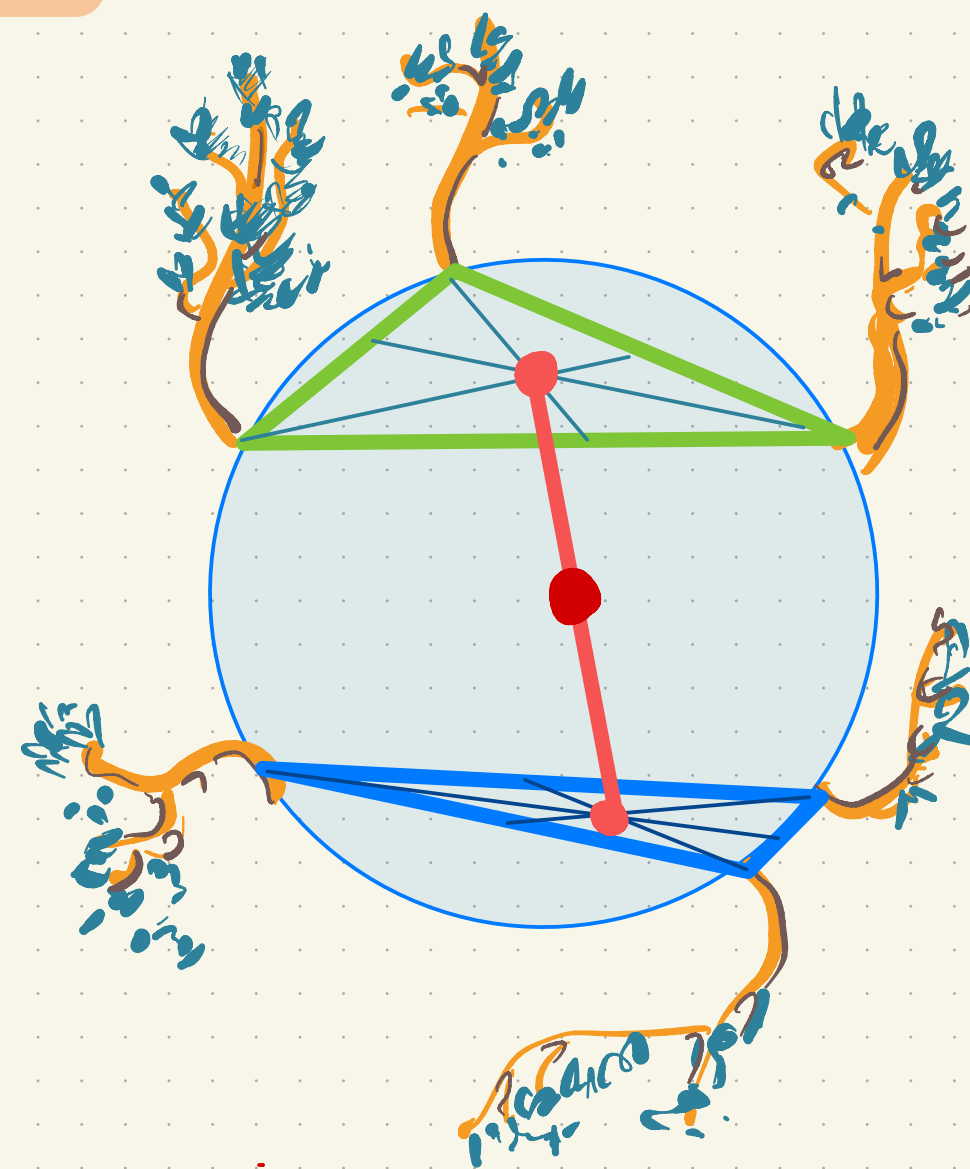
На берегу круглого озера стоят 6 сосен.

Известно, что пираты зарыли клад
пользуясь следующим правилом:

(1) Подели сосны на **две группы по три**

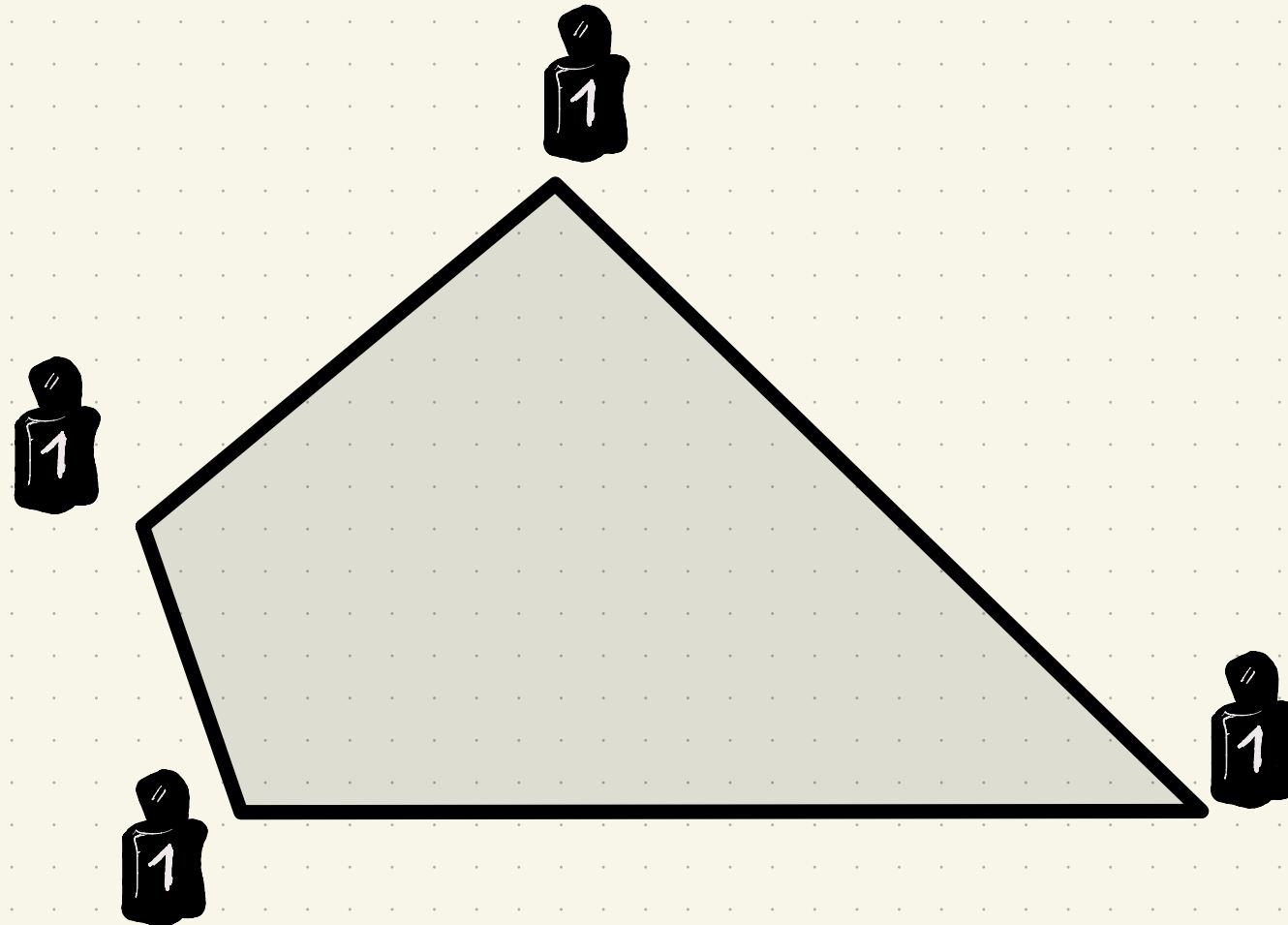
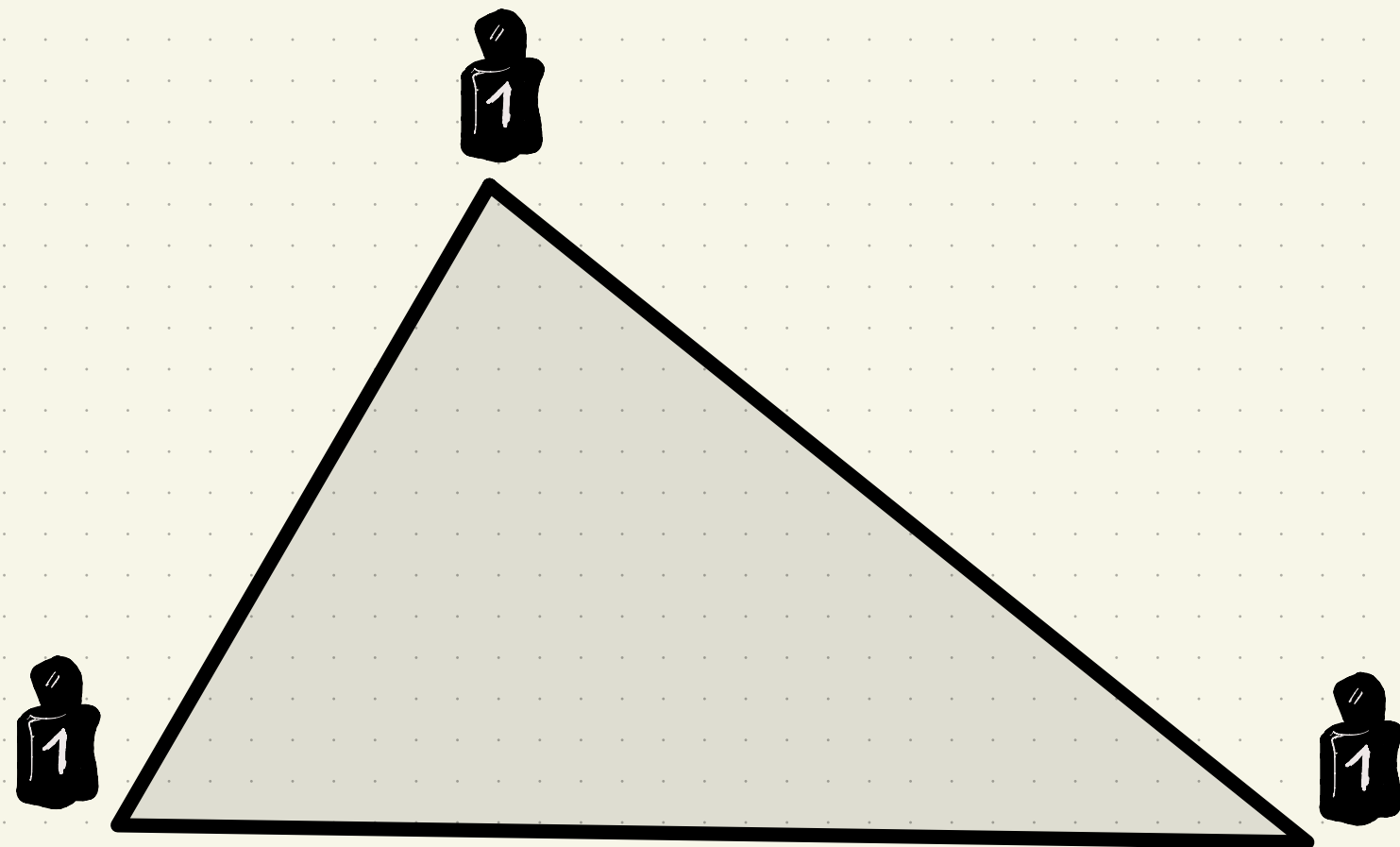
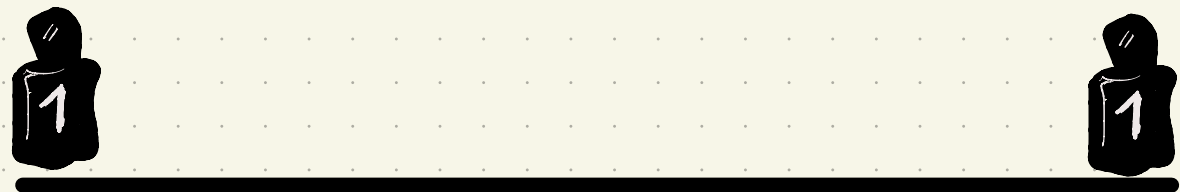
(2) Для каждой тройки найди
точку пересечения медиан
в получившемся треугольнике

(3) Опусти клад ровно **посередине**
между этими двумя точками

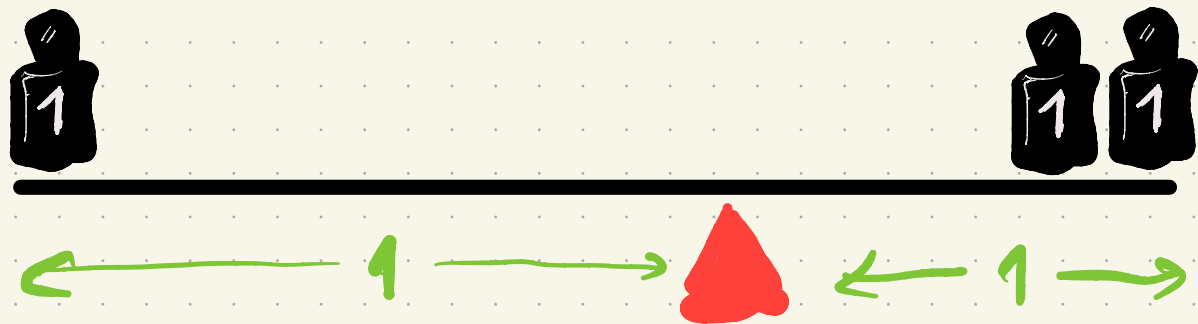
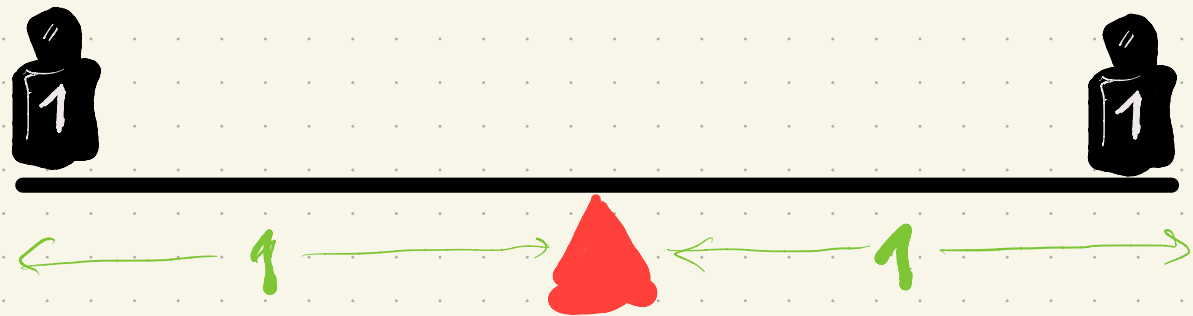


Сколько раз придется нырять, чтобы наверняка найти клад
если НЕ известно, как пираты поделили сосны
на две группы?

Как уравновесить гири?



Как уравновесить гири?

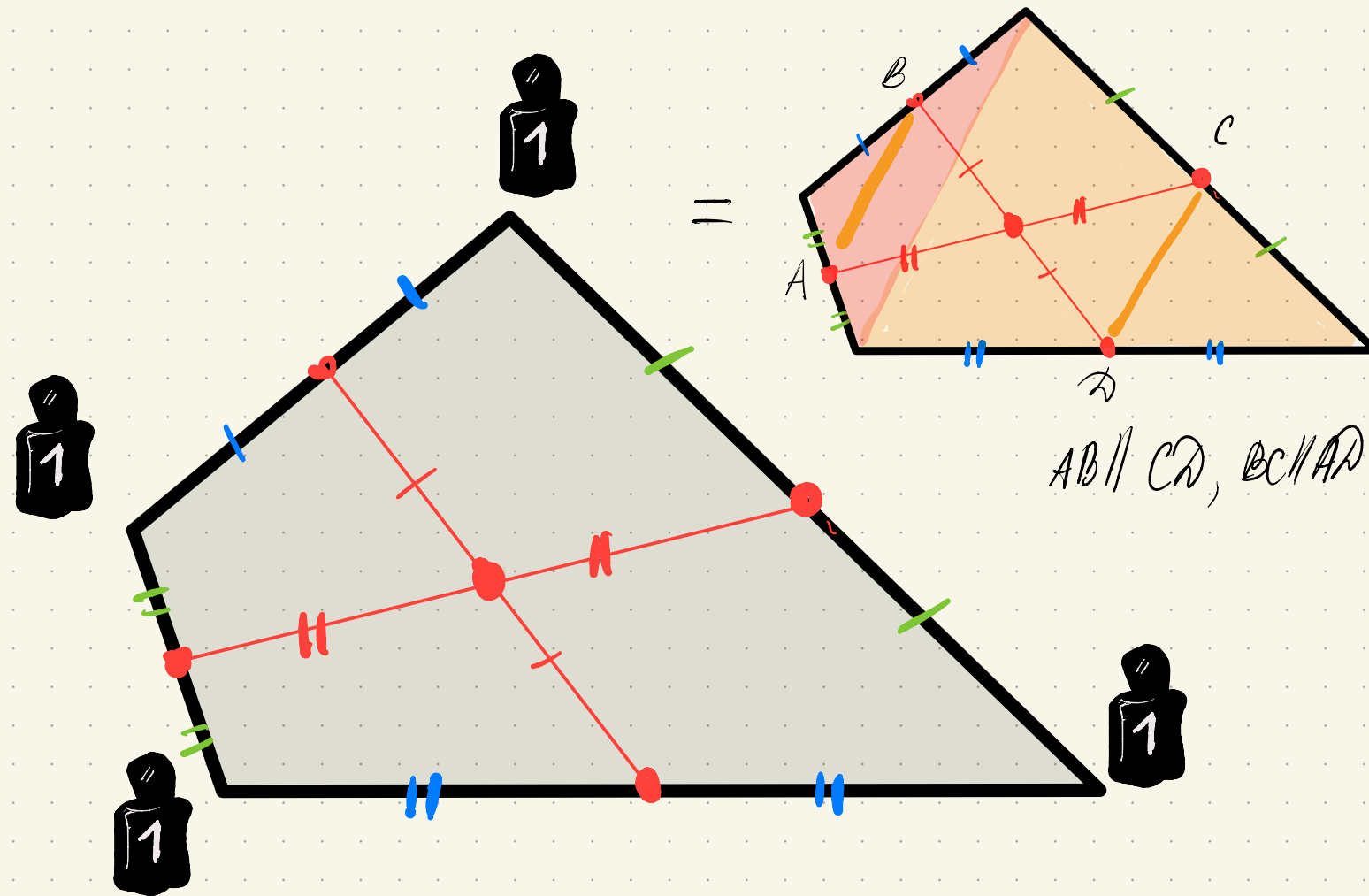
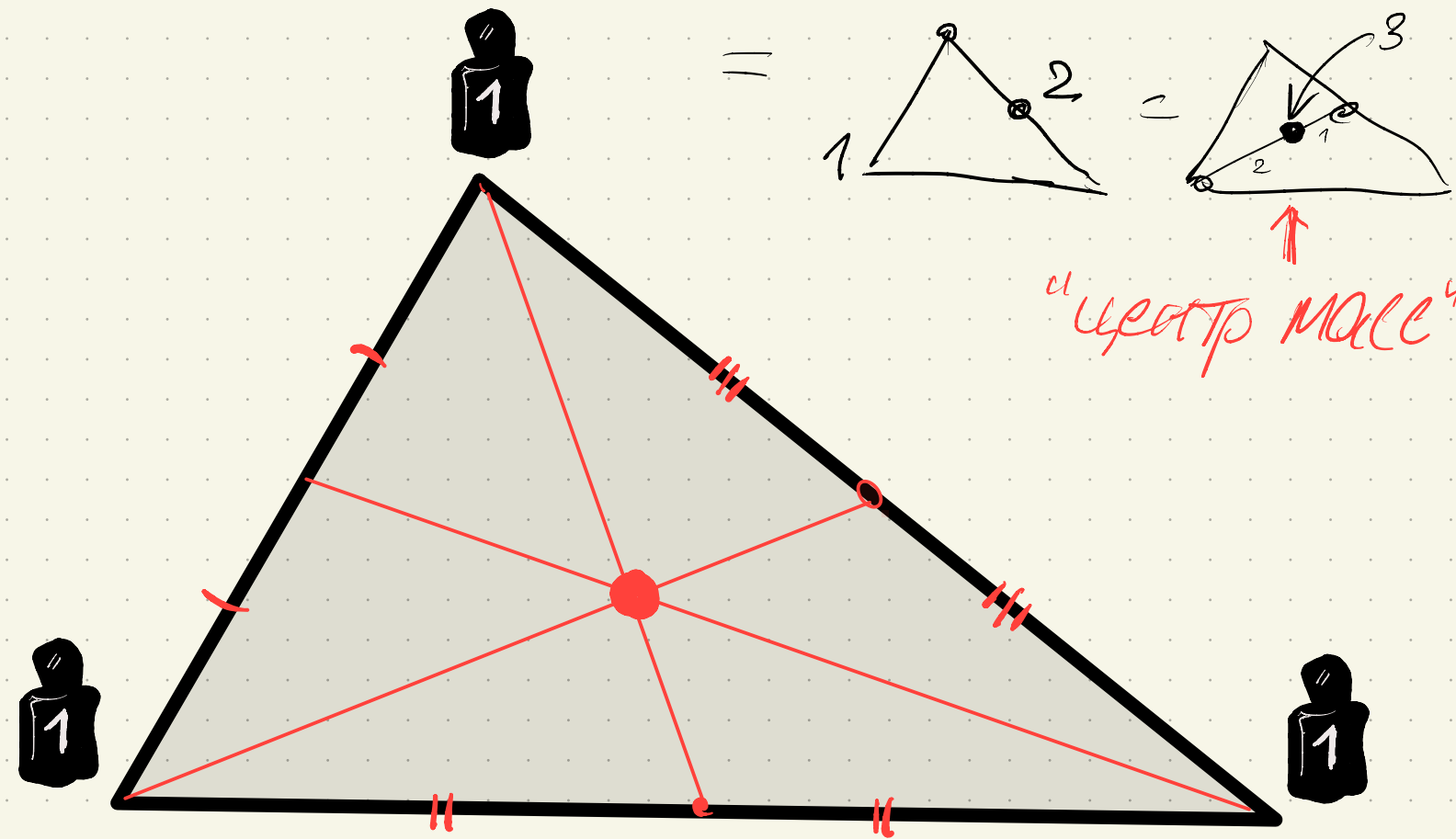


m_1
 m_2

$\leftarrow a_1 \rightarrow$

 $\leftarrow a_2 \rightarrow$

$m_1 a_1 = m_2 a_2$



1 Клад.

Решение:

Способов поделить 6 сосен на 2 тропки

← число способов выбрать 1ю, 2ю и 3ю сосны

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{2} = 10$$

← поменять 123 и 456

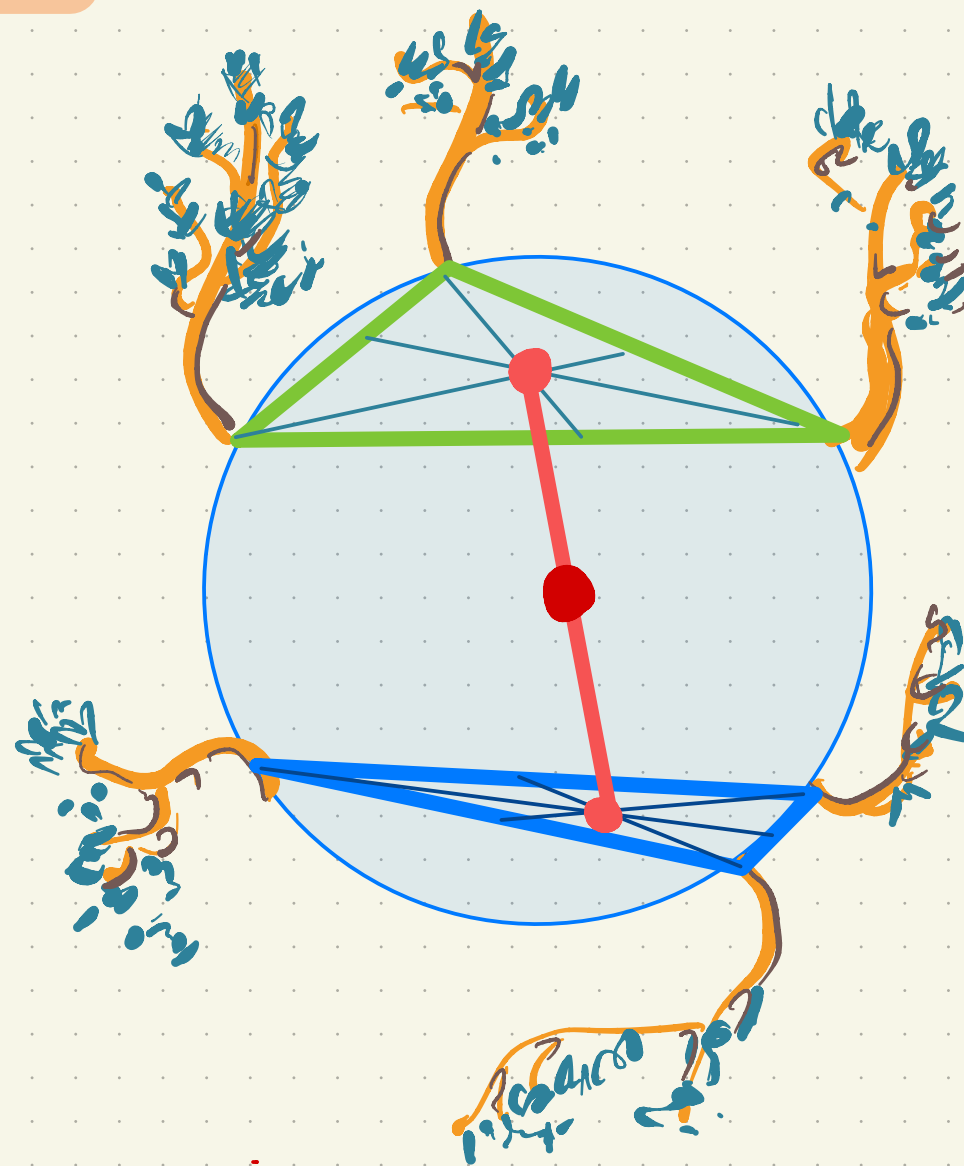
← число способов их "поменять местами"

Однако, клад можно найти с 1^{ой} попытки!

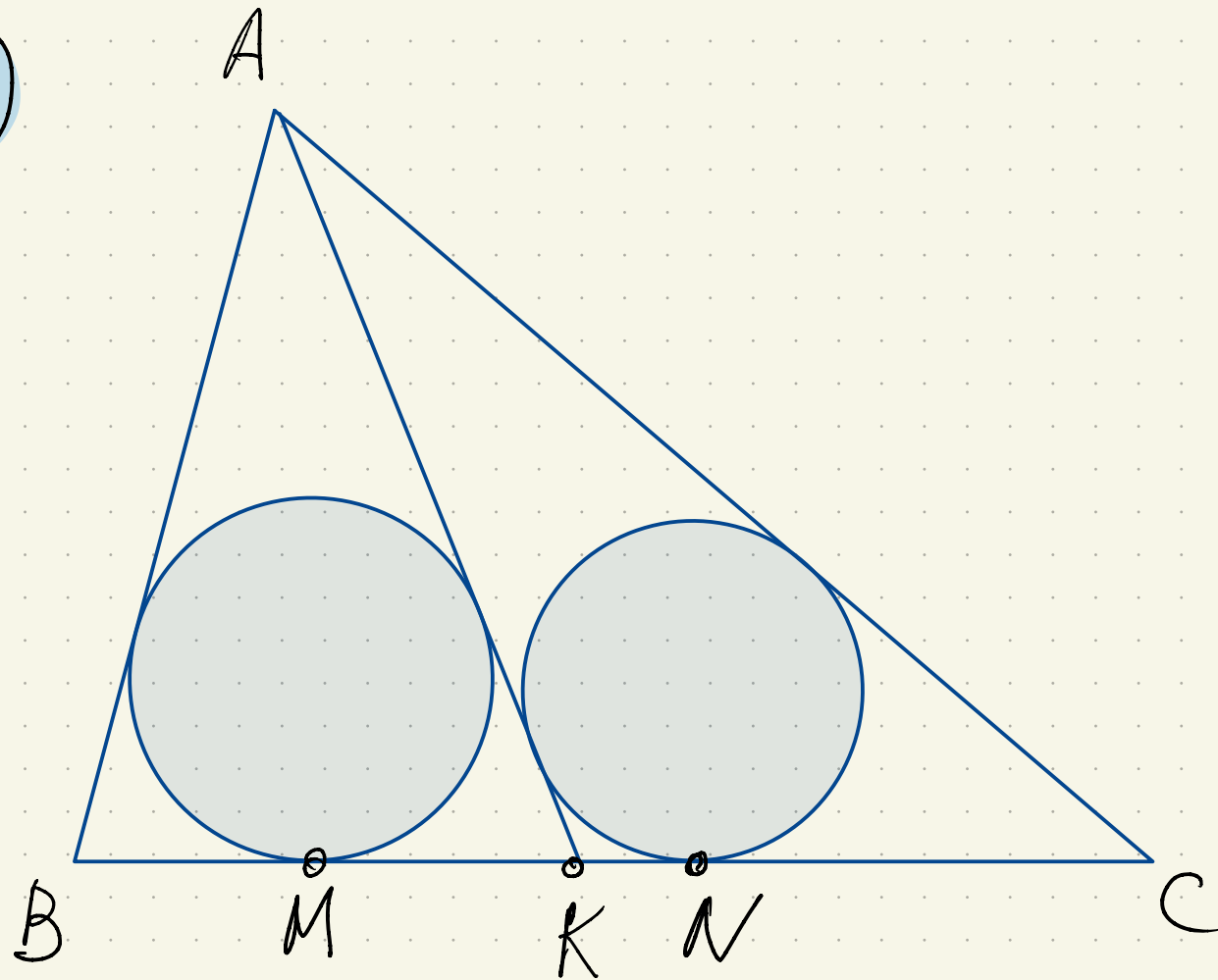
Точка пересечения медиан треугольника -
его центр масс,

а середина между двумя такими точками -
центр масс всего шестигульника (и не зависит от выбора троек!)

Сколько раз придется нырять, чтобы наверняка найти клад,
если НЕ известно, как пираты поделали сосны
на две группы?



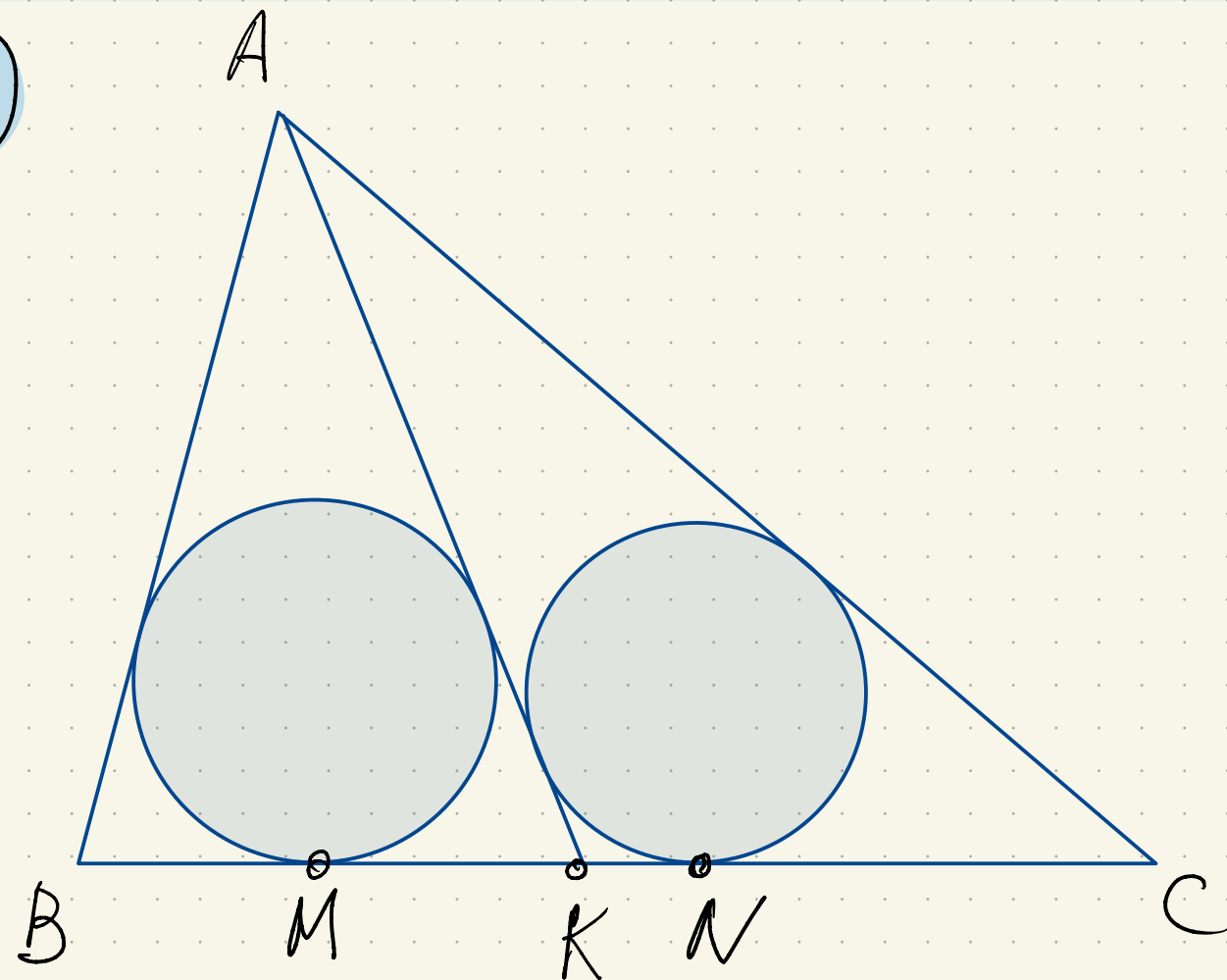
2



Докажите, что

$$BM \cdot CN > KM \cdot KN$$

2



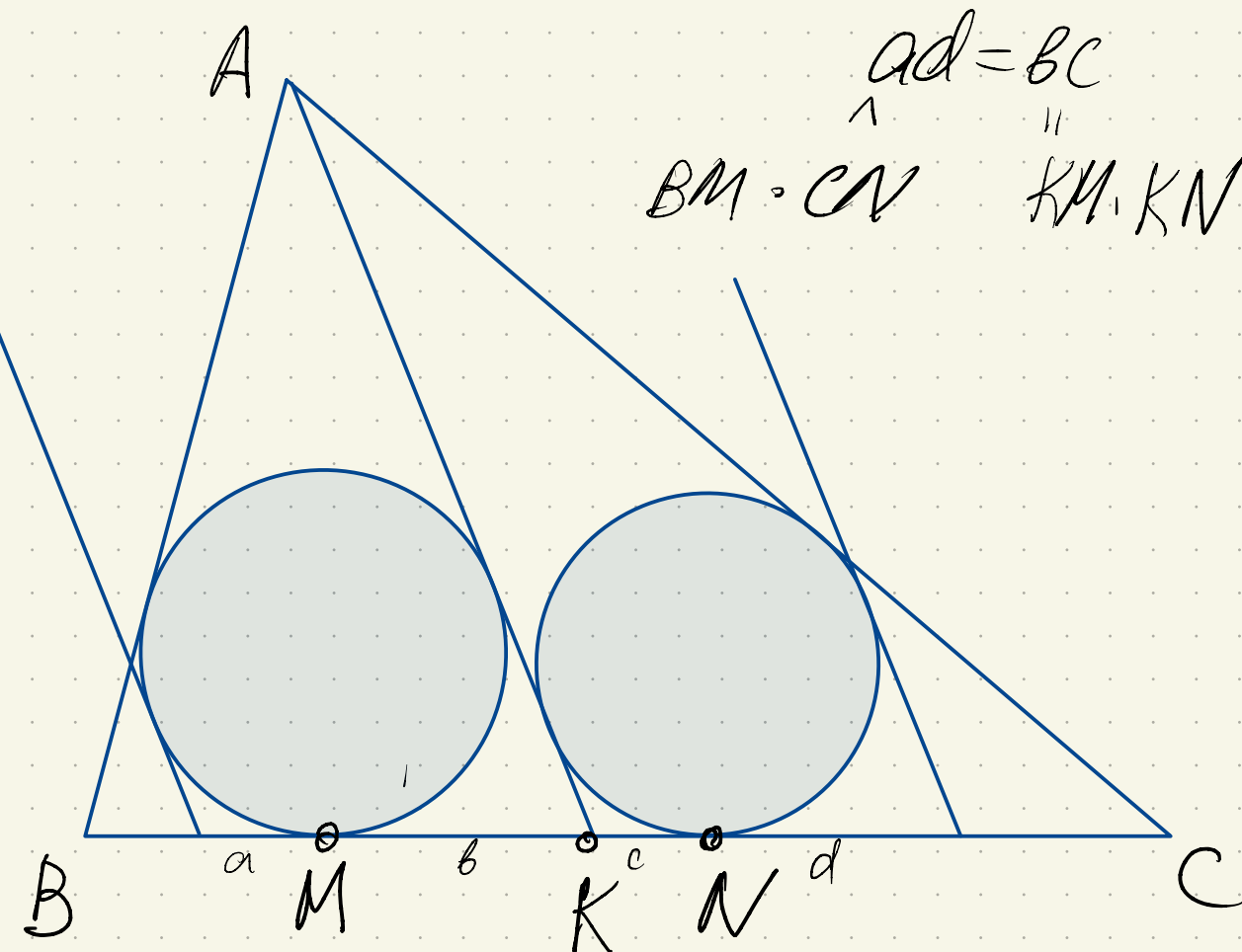
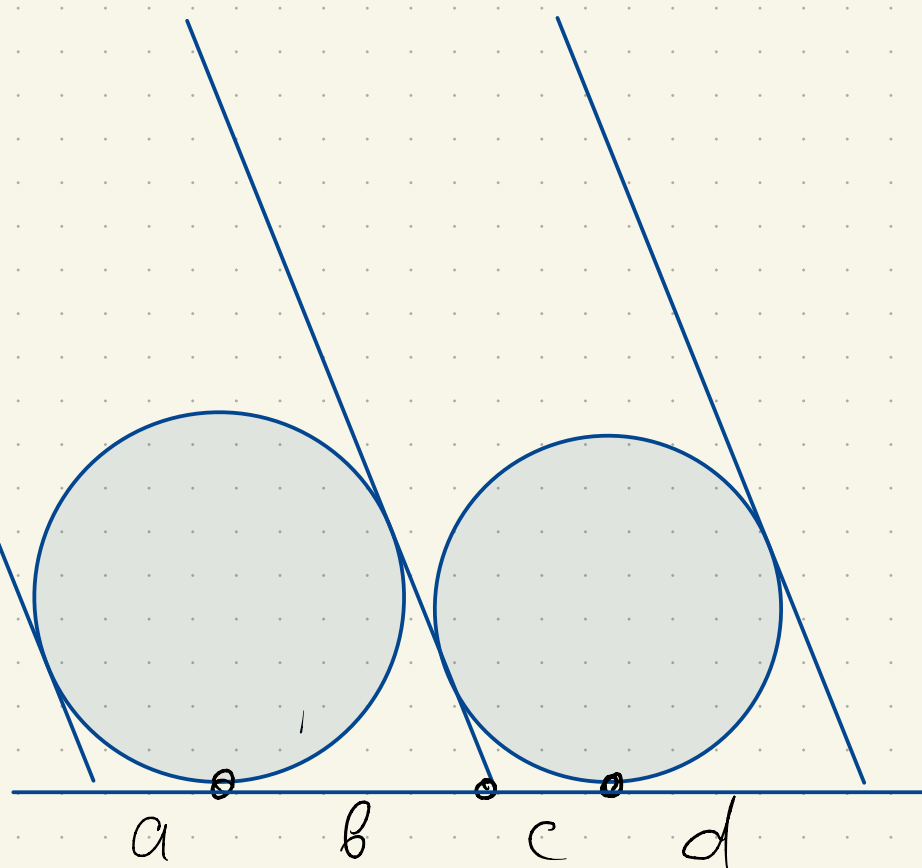
Докажите, что

$$BM \cdot CN > KM \cdot KN$$

Решение

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

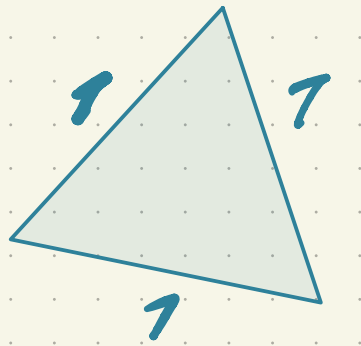
$$\Rightarrow ad = bc$$



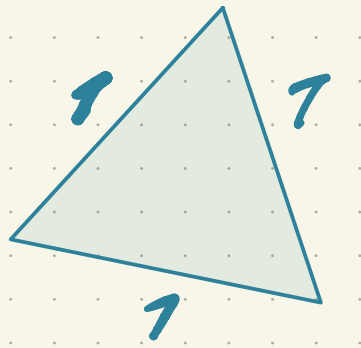
$$ad = bc$$

$$BM \cdot CN = KM \cdot KN$$

③ Выпуклая фигура F такова, что любой правильный треугольник со стороной 1 можно параллельно перенести так, что все его вершины попадут на границу F . Верно ли, что F может быть только кругом?



③ Выпуклая фигура F такова, что любой правильный треугольник со стороной 1 можно параллельно перенести так, что все его вершины попадут на границу F . Верно ли, что F может быть только кругом?



Решение: нет.

